

## DINAMIČKI MODEL POJAVE PRENAPONA PRI ISKLJUČENJU ASINHRONOG MOTORA SA POJEDINAČNOM KOMPENZACIJOM REAKTIVNE SNAGE

M.Radić, Elektronski fakultet u Nišu, Republika Srbija  
V. Aleksić, PD "Jugoistok", Republika Srbija

### UVOD

Pojedinačna kompenzacija reaktivne snage izvodi se priključivanjem kondenzatorske baterije određene snage neposredno uz sam potrošač, iza rasklopnog uređaja kojim se vrši priključenje na mrežu. Primena ove metode je pre svega usmerena na asinhronne motore kao najznačajnije potrošače reaktivne energije i veoma je efikasna i jeftina, jer za razliku od centralne ili grupne kompenzacije ne zahteva upotrebu dodatne opreme (kontaktori, osigurači, regulator reaktivne snage...). Na taj način se znatno smanjuje cena same kompenzacije i povećava njena pouzdanost. Snaga kondenzatorske baterije  $Q_C$  se najčešće bira tako da bude približno jednaka reaktivnoj snazi  $Q_0$  koju motor potražuje u praznom hodu, što je definisano preporukama ustanovljenim još polovinom 20 veka a koje su i kasnije navođene u literaturi - Longman (3). Kod složenijih sistema u kojima postoji veći broj motora koji se uključuju u različitim intervalima vremena analiza ekonomske opravdanosti pojedinačne kompenzacije postaje kompleksan problem, jer kompenzovanje reaktivne snage svakog od postojećih motora može da dovede do toga da veliki deo instaliranih kondenzatorskih baterija efektivno bude dugo van upotrebe u periodima kada motori ne rade. Sa druge strane, kompenzovanje samo određenih motora koji su najduže u radu neminovno dovodi do toga da kada paralelno sa njima rade i nekompenzovani motori, zbirni faktor snage ima nedovoljno visoku vrednost.

U skorije vreme, u literaturi se sreće termin "metod unapređene pojedinačne kompenzacije" – Kostić (2), koji se u suštini zasniva na pojedinačnoj prekompenzaciji reaktivne snage određenog broja odabranih motora koji su najduže u pogonu. Ostvareni višak reaktivne energije se u tom slučaju troši na kompenzovanje reaktivne snage potrošača koji nisu snabdeveni sopstvenim kondenzatorskim baterijama, a priključeni su na napon u isto vreme. Pokazuje se da je pogodnim izborom motora na kojima će se izvršiti kompenzacija i snaga kondenzatorskih baterija koje će biti upotrebljene za kompenzaciju moguće postići da zbirni efekat bude približno jednak kao da postoji centralna kompenzacija sa regulatorom, pri čemu je nivo investicija znatno niži nego da je zaista izvršena centralna kompenzacija.

Ovakav pristup sa sobom povlači kršenje preporuka o maksimalno dozvoljenoj snazi kondenzatorskih baterija za pojedinačnu kompenzaciju, koje su pre svega ustanovljene da bi se izbegli mogući problemi u tranzijentnim režimima, pri čemu se kao najopasnije pojave u literaturi navode dinamički udari pri ponovnom uspostavljanju napajanja nakon kratkotrajnog prekida i indukovanje prenapona samopobude nakon isključenja sa mreže – Bloomquist i Boice (1).

Kako prema iskustvima autora koji su vršili pojedinačnu kompenzaciju kondenzatorskim baterijama čija snaga se snaga kreće u opsegu  $(1.1-1.5)Q_0$ , pomenuti problemi skoro i da ne postoje u praksi (2), cilj ovog rada je da, sa aspekta pojave prenapona samopobude, makar delimično pomogne razrešenju nedoumice da li je, i u kojim slučajevima dozvoljeno vršiti pojedinačnu kompenzaciju reaktivne snage asinhrnog motora kondenzatorskim baterijama čija je snaga veća od  $Q_0$ .

## Fizička slika pojave prenapona samopobude

Po prekidu napajanja, asinhroni motor uz čiji stator je paralelno priključena kondenzatorska baterija prelazi u režim rada asinhronog generatora sa sopstvenom pobudom. Zaostali fluks u magnetnom kolu mašine ne može trenutno da nestane, tako da se u oscilogramu napona statora neposredno po isključenju može uočiti prelazna oblast u kojoj napon sa vrednosti pre isključenja postepeno opada do vrednosti nula, čak i kada uopšte nema priključenih kondenzatora (proces se u tom slučaju odvija relativno brzo). Ukoliko je kapacitivnost paralelno priključenih kondenzatora veća od nule, proces prigušenja napona statora će trajati duže, jer struja kondenzatora izaziva dodatno magnećenje mašine. Što je kapacitivnost veća, napon sporije opada i anvelopa talasnog oblika napona u periodu posle isključenja ima veću vrednost. Istovremeno, brzina rotora se smanjuje pri čemu se ukupna akumulirana kinetička energija rotora i radne mašine troši samo na pokrivanje gubitaka u mašini. Postoji granična vrednost kapacitivnosti kondenzatora koja, ukoliko je premašena, ne samo da usporava početno opadanje struje magnetiziranja, već može da dovede i do njenog porasta u kraćem periodu, čime se vrednost napona na priključcima statora kratkotrajno povećava iznad vrednosti napona koji je postojao pre isključenja.

Opisani proces je prilično složen i ne može se u potpunosti opisati bez rešavanja sistema diferencijalnih jednačina, posebno imajući u vidu da povećanje struje magnetiziranja izaziva i promenu međuinduktivnosti (međuinduktivnost statora i rotora se smanjuje jer radna tačka na karakteristici magnećenja prelazi u oblast zasićenja). Zbog toga je, u cilju detaljnijeg sagledavanja procesa indukovanja prenapona samopobude, formiran odgovarajući matematički model i izvršena je njegova implementacija na računaru.

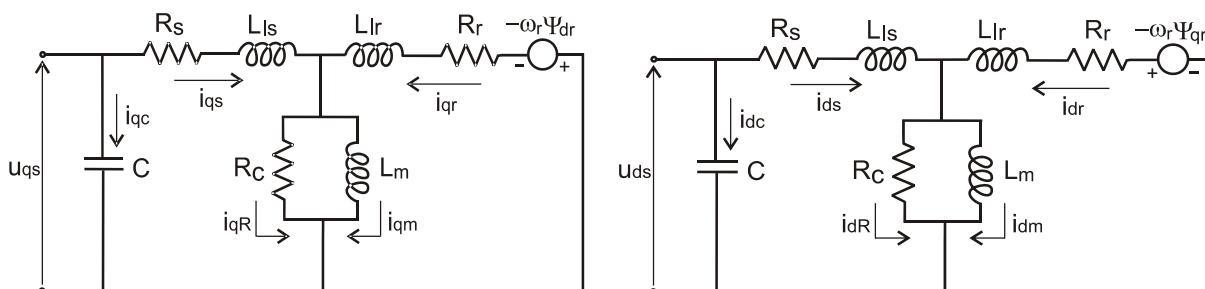
## MATEMATIČKI MODEL

Osnovu matematičkog modela predstavlja dobro poznati model asinhronne mašine u kome su stvarni namoti statora i rotora zamenjeni sa po dva fiktivna namota koja su postavljena duž 2 ose,  $q$  i  $d$  – Krause (4). Ove ose međusobno zaklapaju ugao od  $90^\circ$  i obrazuju referentni sistem koji može da rotira proizvoljnom ugaonom brzinom  $\omega$ . Ukoliko se usvoji da je  $\omega = 0$ , referentni sistem je vezan za stator mašine, a uz pretpostavku da je na priključke mašine doveden simetričan trofazni napon, jednačine transformacije statorskih veličina (napona illi struja) iz  $a-b-c$  domena u  $q-d$  domen, i inverzne transformacije iz  $q-d$  domena u  $a-b-c$  domen imaju sledeću formu :

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \cos 120^\circ & \cos 120^\circ \\ 0 & -\sin 120^\circ & \sin 120^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} ; \quad \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \cos 120^\circ & -\sin 120^\circ \\ \cos 120^\circ & \sin 120^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \end{bmatrix}$$

U jednostavnijim dinamičkim modelima prelaznih pojava u asihronoj mašini najčešće se koristi pristup prema kome se gubici u gvožđu zanemaruju, a međuinduktivnost statorskog i rotorskog namota smatra konstantnom, što u analizi određenih procesa može da bude opravdano jer ne dovodi do velikih grešaka. Imajući u vidu da je konkretni cilj ovog modela da što realnije opiše promenu napona na priključcima statora mašine u periodu nakon isključenja sa mreže, bilo bi nedopustivo ne uvažiti promenu međuinduktivnosti u zavisnosti od jačine struje magnetiziranja. Takođe, tačnost predviđanja talasnog oblika napona se povećava ukoliko se uvažava i gubici u gvožđu statora (5), jer se kao što je već objašnjeno, akumulirana kinetička energija rotacionih delova troši isključivo na pokrivanje gubitaka u samopobuđenoj mašini.

Ekvivalentna električna kola po  $q$  i  $d$  osi zbog toga imaju sledeći izgled:



Slika 1. Ekvivalentne šeme po  $q$  i  $d$  osi

Na osnovu kola sa slike 1, mogu da se napišu jednačine koje povezuju napone i struje i koje, u matricnoj formi glase:

$$\begin{bmatrix} u_{qs} \\ u_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_{s1}p & 0 & Mp & 0 \\ 0 & R_s + L_{s1}p & 0 & Mp \\ Mp & -\omega_r M & R_r + L_{r1}p & -\omega_r L_{r1} \\ \omega_r M & Mp & \omega_r L_{r1} & R_r + L_{r1}p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix}$$

gde je:  $M = \frac{R_C L_m}{R_C + L_m p}$ ;  $L_{s1} = L_{ls} + M$ ;  $L_{r1} = L_{lr} + M$

Da bi se odredila struja magnetiziranja koja je neophodan podatak za određivanje međuinuktivnosti statora i rotora u nekom trenutku  $L_m(i_m)$ , treba uvažiti sledeće relacije:

$$i_{qm} = \frac{R_C}{R_C + L_m p} (i_{qs} + i_{qr})$$

$$i_{dm} = \frac{R_C}{R_C + L_m p} (i_{ds} + i_{dr})$$

$$I_m = \frac{\sqrt{i_{qm}^2 + i_{dm}^2}}{\sqrt{2}}$$

Kondenzator se opisuje jednačinama

$$i_{qC} = C p u_{qs}$$

$$i_{dC} = C p u_{ds}$$

a model se kompletira jednačinama koje opisuju mehaniku procesa:

$$p \omega_{rm} = \frac{T_e - k_t \omega_{rm} - T_{opt}}{J}$$

$$T_e = \frac{3}{2} P L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

U prethodnim jednačinama, upotrebljene oznake imaju sledeće značenje i jedinice:

$p = \frac{d}{dt}$  - operator diferenciranja

$P$  - broj parova polova mašine

$L_{ls}$  - rasipna induktivnost statora [H]

$L_{lr}$  - rasipna induktivnost rotora [H]

$L_m$  - međuinuktivnost statora i rotora [H]

$\omega_r$  - električna ugaona brzina rotora [rad/s]

$\omega_{rm}$  - mehanička ugaona brzina rotora [rad/s]

$J$  - moment inercije [kgm/s<sup>2</sup>]

$k_t$  - koeficijent trenja [Nms/rad]

$I_m$  - efektivna vrednost struje magnetiziranja [A]

$C$  - kapacitivnost kondenzatora [F]

OVAKO definisan matematički model se uz malo transformacija dovodi do forme pogodne za simulaciju na računaru primenom bilo kog od programskih paketa ili programskih jezika koji omogućavaju rešavanje diferencijalnih jednačina numeričkim putem. U konkretnom slučaju, implementacija modela na računaru je izvedena u programskom paketu MATLAB SIMULINK, što je pre svega bila stvar ličnog opredeljenja autora, a ne nužne potrebe.

**Parametri modela.** Svi parametri modela su u opštem slučaju promenljive koje zavise od različitih veličina. Imajući u vidu cilj koji se postavlja pred model, neće biti načinjena velika greška ako se usvoji da su otpornosti i induktivnosti rasipanja statora i rotora konstantne ( $R_s, R_r, L_{ls}, L_{lr} = \text{const.}$ ). Otpornost  $R_C$  kojom se modeluju gubici u gvožđu zavisi od frekvencije indukovane elektromotorne sile, a kako se sa procesom usporavanja rotora istovremeno smanjuje i frekvencija, u modelovanju se čini izvesna greška usvajanjem pretpostavke da je  $R_C = \text{const.}$  Ovo se mnogo više odražava na tačnost predikcije

opadanja anvelope napona pri nižim brzinama rotora kada se frekvencija znatno smanji, dok u vremenskom intervalu neposredno nakon isključenja frekvencija iznosi približno 50 Hz. Odavde sledi da tačnost predviđanja veličine prenapona samopobude, koji se javlja jako brzo po isključenju, nije u mnogome narušena pretpostavkom o konstantnoj vrednosti  $R_C$ .

Praktično, svi električni parametri modela osim zavisnosti  $L_m(I_m)$  mogu da se odrede na osnovu podataka iz standardnih oglada praznog hoda pri nominalnom naponu, kratkog spoja pri sniženom naponu i merenja aktivnih otpornosti jednosmernom strujom. Takođe, na osnovu rezultata oglada zaustavljanja moguće je identifikovati mehaničke parametre  $J$  i  $k_t$ .

Da bi se odredila funkcionalna zavisnost međuinduktivnosti statora i rotora  $L_m$  od struje magnetiziranja  $I_m$ , potrebno je izvesti ogled idealnog praznog hoda pri više različitih vrednosti napona dovedenog na stator mašine, što je veoma često u praksi nažalost nemoguće. Međutim, tada je moguće primeniti drugi pristup, koji se zasniva na pretpostavci da je poznata B-H karakteristika materijala od koga je izrađeno magnetno kolo mašine (što je podatak koji može da se dobije od proizvođača), i na osnovu samo jednog merenja u praznom hodu izvršiti rekonstrukciju krive  $L_m(I_m)$ .

Naznačena procedura je sprovedena na jednom od motora u Laboratoriji za električne mašine Elektronskog fakulteta u Nišu, pri čemu su dobijeni sledeći rezultati:

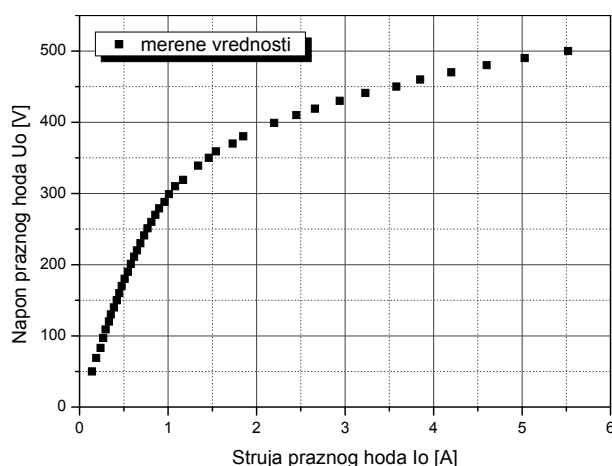
Podaci sa natpisne pločice motora:

SEVER ZK90  
 $U_n = 380\text{ V}$ , sprega Y  
 $I_n = 3.2\text{ A}$   
 $P_n = 1.5\text{ kW}$   
 $\cos\varphi = 0.86$   
 $n_n = 2860$

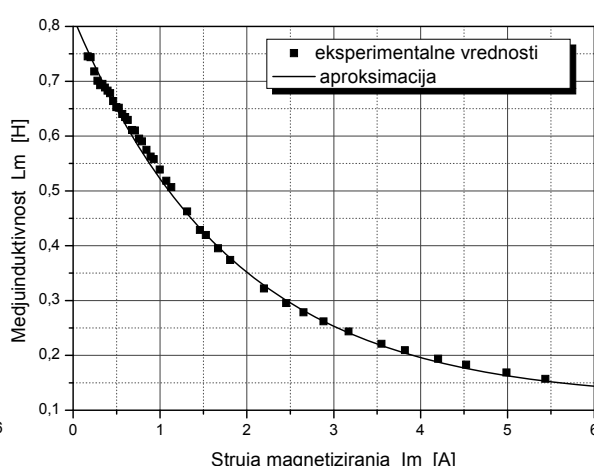
Parametri motora dobijeni iz standardnih oglada:

$R_s = 3.7\ \Omega$   
 $R_r = 3.1\ \Omega$   
 $R_C = 1300\ \Omega$   
 $L_{ls} = L_r = 0.0115\ \text{H}$   
 $L_m = 0.374\ \text{H}$   
 $J = 0.023\ \text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$   
 $k_t = 0.0017\ \text{Nm} \cdot \text{s} / \text{rad}$

Na osnovu oglada idealnog praznog hoda pri različitim naponima, određena je zavisnost međuinduktivnosti statora i rotora  $L_m$  od struje magnetiziranja. Na slici 2.a. prikazana je zavisnost priključenog napona statora  $U_0$  od struje praznog hoda  $I_0$ . Na osnovu tih rezultata i poznavanja ostalih parametara ekvivalentne šeme, postupkom regresije je dobijena prvo funkcionalna zavisnost indukovane elektromotorne sile od struje magnetiziranja  $E(I_m)$ , nakon čega nije bilo teško odrediti zavisnost  $L_m(I_m)$ . Rezultat je prikazan na slici 2.b.



Slika 2.a. Zavisnost  $U_0$  od  $I_0$



Slika 2.b. Zavisnost  $L_m$  od  $I_m$

Treba primetiti da funkcionalna aproksimacija prikazana na slici 2.b nije u potpunosti korektna u početnom delu jer bi u oblasti jako niskih struja magnetiziranja vrednost  $L_m$  trebalo da ima približno konstantnu vrednost – Boldea, Nasar (5). Ovo može da se odrazi na nedovoljno tačno predviđanje vrednosti napona pred sam kraj procesa prigušenja ali je za tačnost predviđanja veličine prenapona samopobude neposredno po isključenju to praktično nebitno, jer je od mnogo većeg interesa precizna aproksimacija u okolini početne radne tačke. U konkretnom slučaju, struja magnetiziranja pri

$U_n = 380\text{ V}$  iznosi  $I_m = 1.8\text{ A}$ , pa je najvažnije dobro aproksimirati zavisnost  $L_m(i_m)$  za struje u opsegu od 1 A do 4 A.

### EKSPERIMENTALNA VERIFIKACIJA MODELA

Nakon formiranja modela i definisanja vrednosti parametara, na konkretnom primeru trofaznog asinhronog motora snage  $P_n = 1.5\text{ kW}$  izvršeno je nekoliko snimanja talasnih oblika napona i struje statora motora pri prekidu napajanja uz uključenu kondenzatorsku bateriju, u cilju poređenja sa rezultatima računarskih simulacija.

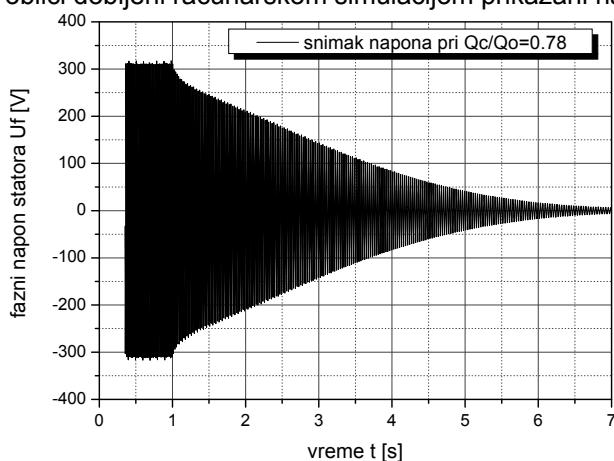
Tri kondenzatorske baterije koje su korišćene u ovom eksperimentu dobijene su vezivanjem po tri jednaka kondenzatora od 5, 10 i 20  $\mu\text{F}$  u zvezdu, tako da su na raspolaganju praktično bile kondenzatorske baterije kapacitivnosti 5, 10, 15, 20, 25, 30 i 35  $\mu\text{F}$ .

Snimanje talasnog oblika napona i struje statora pri isključenju sa mreže (iz praznog hoda, što je najopasniji slučaj), izvedeno je za kapacitivnosti kondenzatorskih baterija koje su navedene u tabeli 1. Kao referentna vrednost usvojena je reaktivna snaga koju motor uzima iz mreže u praznom hodu pri naponu  $U_0 = 380\text{ V}$ , i ona prema merenju ima vrednost  $Q_0 = 1.17\text{ k var}$ .

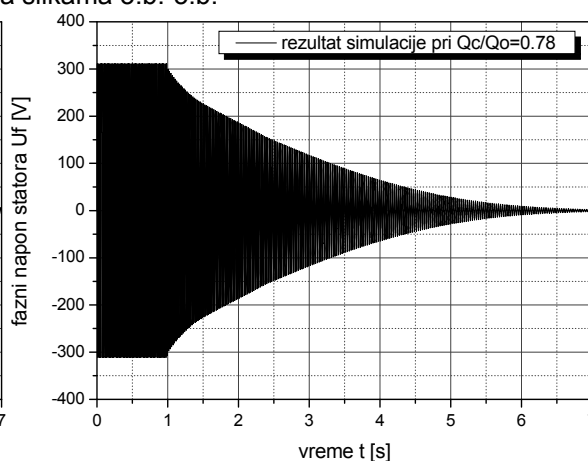
TABELA 1 – KONDENZATORSKE BATERIJE KORIŠĆENE U EKSPERIMENTU

kapacitivnost baterije C [ $\mu\text{F}$ ]	snaga baterije $Q_C$ [k var] pri $U=380\text{V}$	relativna vrednost $Q_C / Q_0$
20	0.91	0.78
25	1.13	0.97
35	1.59	1.36

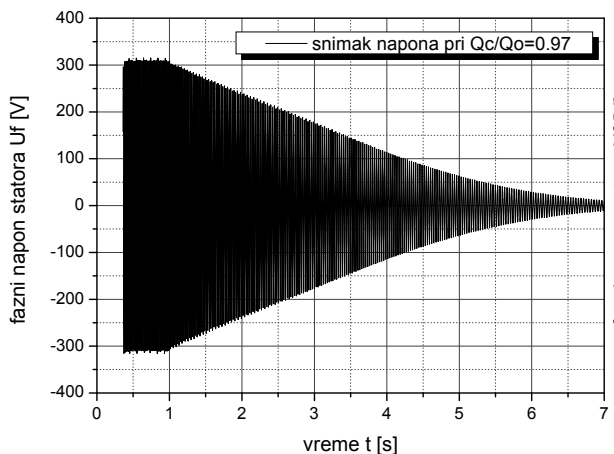
Eksperimentalno dobijeni talasni oblici napona statora prikazani su na slikama 3.a-5.a. dok su talasni oblici dobijeni računarskom simulacijom prikazani na slikama 3.b.-5.b.



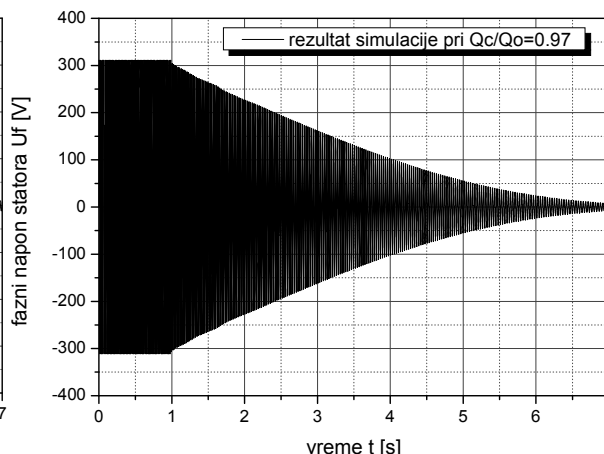
Slika 3.a. Snimak napona pri  $Q_C / Q_0 = 0.78$



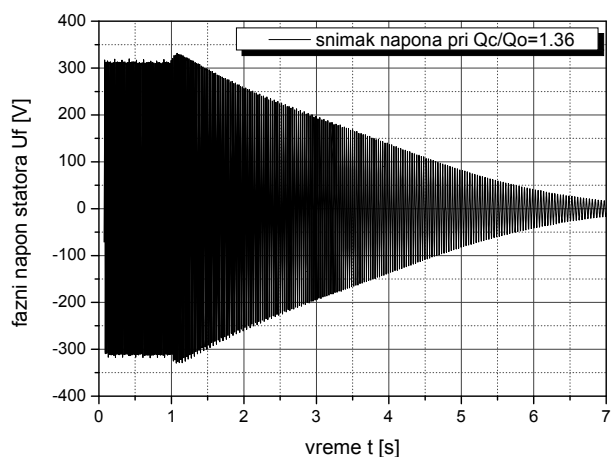
Slika 3.b. Simulacija napona pri  $Q_C / Q_0 = 0.78$



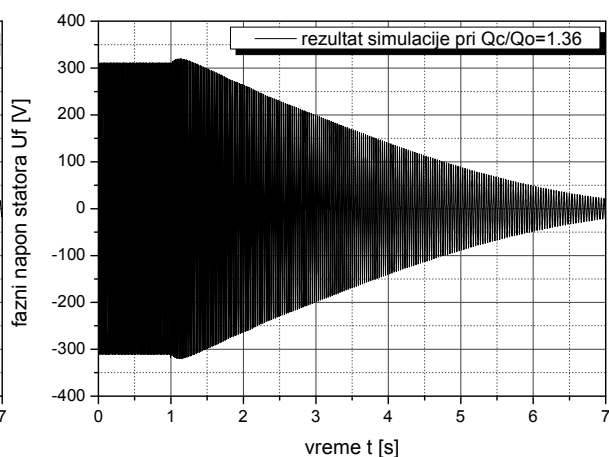
Slika 4.a. Snimak napona pri  $Q_C / Q_0 = 0.97$



Slika 4.b. Simulacija napona pri  $Q_C / Q_0 = 0.97$



Slika 5.a. Snimak napona pri  $Q_C / Q_0 = 1.36$



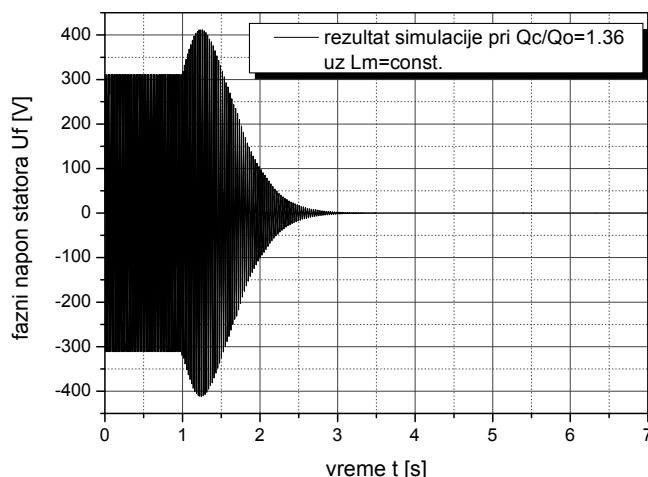
Slika 5.b. Simulacija napona pri  $Q_C / Q_0 = 1.36$

## DISKUSIJA REZULTATA

Na osnovu poređenja talasnih oblika prikazanih na slikama 3.a-5.a. sa rezultatima simulacija prikazanim na slikama 3.b-5.b. može se dati ocena da predloženi model veoma realno opisuje napon na statoru asinhronne mašine sa pojedinačnom kompenzacijom reaktivne snage nakon prekida napajanja. Zbog toga se može upotrebiti kao koristan pomoćni alat pri izboru snage kondenzatorske baterije koja će biti upotrebljena za kompenzaciju u konkretnom slučaju.

Evidentno je da za snage primenjenih kondenzatorskih baterija koje ne prelaze vrednost reaktivne snage motora u praznom hodu ( $Q_C \leq Q_0$ ) uopšte ne dolazi do pojave prenapona samopobude. Imajući u vidu masovno prihvaćene preporuke koje definišu izbor kondenzatora za pojedinačnu kompenzaciju, vrednost  $Q_0$  bi trebalo da bude gornja granica maksimalno dopuštene snage kondenzatorske baterije (3). Međutim, posmatrajući rezultate sa slika 5.a. i 5.b. može se uočiti da je maksimalna vrednost prenapona samopobude svega oko 7 % veća od napona na statoru pre isključenja, iako je upotrebljena kondenzatorska baterija kod koje je  $Q_C / Q_0 = 1.36$ . To opravdava stanovište autora koji ukazuju na činjenicu da je pojedinačnu kompenzaciju moguće izvesti kondenzatorskim baterijama čija se snaga kreće i do  $Q_C = 1.5Q_0$ , bez negativnih posledica (2).

Kao dobra ilustracija toga koliko je bitno uvažiti realnu funkcijsku zavisnost međuinuktivnosti  $L_m$  od struje magnetiziranja  $I_m$ , može da posluži rezultat simulacije koji bi se dobio pod istim uslovima kao i rezultat sa slike 5.b. ( $Q_C / Q_0 = 1.36$ ), ali smatrajući da je parametar  $L_m = 0.374 = \text{const}$ . Očekivani talasni oblik napona u tom slučaju prikazan je na slici 6. i sa njega je moguće uočiti lažnu opasnost od velikog prenapona samopobude (čak 33% u odnosu na napon pre isključenja), što naravno nema smisla imajući u vidu eksperimentalni rezultat. Takođe, oblik anvelope napona samopobude je drastično različit u odnosu na realnu situaciju.



Slika 6. Predviđeni talasni oblik napona uz pretpostavku da je  $L_m = \text{const}$ .

## ZAKLJUČAK

Predloženi model daje rezultate koji se veoma dobro slažu sa eksperimentalno dobijenim vrednostima, tako da je moguća njegova praktična primena u cilju validne procene prenapona samopobude koji se javlja neposredno po isključenju napajanja motora sa pojedinačnom kompenzacijom reaktivne snage. Iako je testiran na primeru malog motora snage 1.5 kW, model ima univerzalan karakter i moguće ga je primeniti i za asinhronne motore većih snaga. U postupku modelovanja je jako bitno tačno predstaviti funkcijsku zavisnost međuinduktivnosti statora i rotora od struje magnetiziranja, jer se u suprotnom dobijaju rezultati koji ne odgovaraju stvarnosti. Još jednom treba pomenuti da je nedopustivo smatrati da se vrednost međuinduktivnosti ne menja, jer takav pristup dovodi do potpuno pogrešne prognoze, pri čemu se očekuju prenaponi mnogo veći od onih koji realno nastaju. Kao posebno bitnu činjenicu treba istaći da rezultati simulacija i izvedeni ogledi ukazuju na to da se i pri znatnoj pojedinačnoj prekompensaciji ( $Q_C / Q_0 = 1.36$ ), javljaju relativno mali prenaponi samopobude (oko 7%). Ovaj rezultat ne treba generalizovati, jer procenat prenapona može unekoliko da varira od slučaja do slučaja, ali je korišćenjem dinamičkog modela, uz dobro poznavanje parametara motora, svakako moguće odabrati veće kondenzatorske jedinice za pojedinačnu kompenzaciju u odnosu na one koje su definisane preporukama. Autori se slažu sa stanovištem iznetim u (2) da je kod motora novije proizvodnje, kod kojih je karakteristika magnećenja izrazito zasićena, sasvim bezbedno izvršiti pojedinačnu kompenzaciju kondenzatorskim baterijama snage do  $Q_C = 1.5Q_0$ .

## LITERATURA

1. Bloomquist W. C and Boice W. K, 1945, "Application of Capacitors for Power-factor Improvement of Induction Motor", AIEE Transactions (Electrical Engineering), Vol. May, pp 274-78
2. Kostić M, 2005, "Najveće dozvoljene snage kondenzatora za pojedinačnu kompenzaciju asinhronih motora" "Elektroprivreda", broj 4, pp 26-34
3. Longland T, 1984, "Power Capacitor Handbook", Butterworth, London-Boston
4. Krause P, 1986, "Analysis of Electric Machinery", McGraw-Hill Book Company, New York
5. Boldea I and Nasar S, 2002, "The Induction Machine Handbook", CRC Press, Boca Raton-London-New York-Washington D.C.